Rede São Paulo de

FormaçãoDocente

Cursos de Especialização para o quadro do Magistério da SEESP

Ensino Fundamental II e Ensino Médio

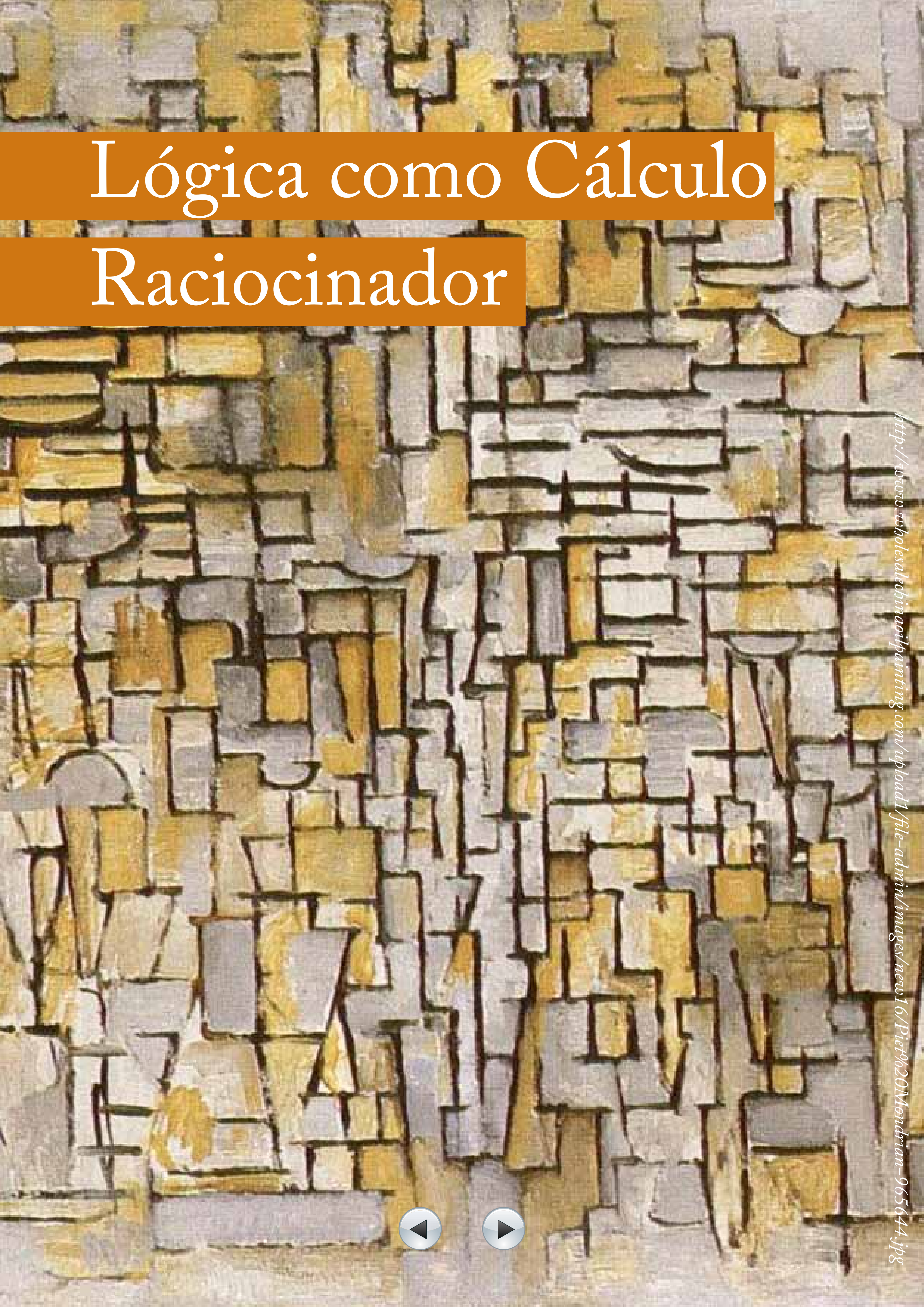
São Paulo

2011

UNESP – Universidade Estadual Paulista
Pró-Reitoria de Pós-Graduação
Rua Quirino de Andrade, 215
CEP 01049-010 – São Paulo – SP
Tel.: (11) 5627-0561
www.unesp.br

Governo do Estado de São Paulo
Secretaria de Estado da Educação
Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas
Gabinete da Coordenadora
Praça da República, 53
CEP 01045-903 – Centro – São Paulo – SP

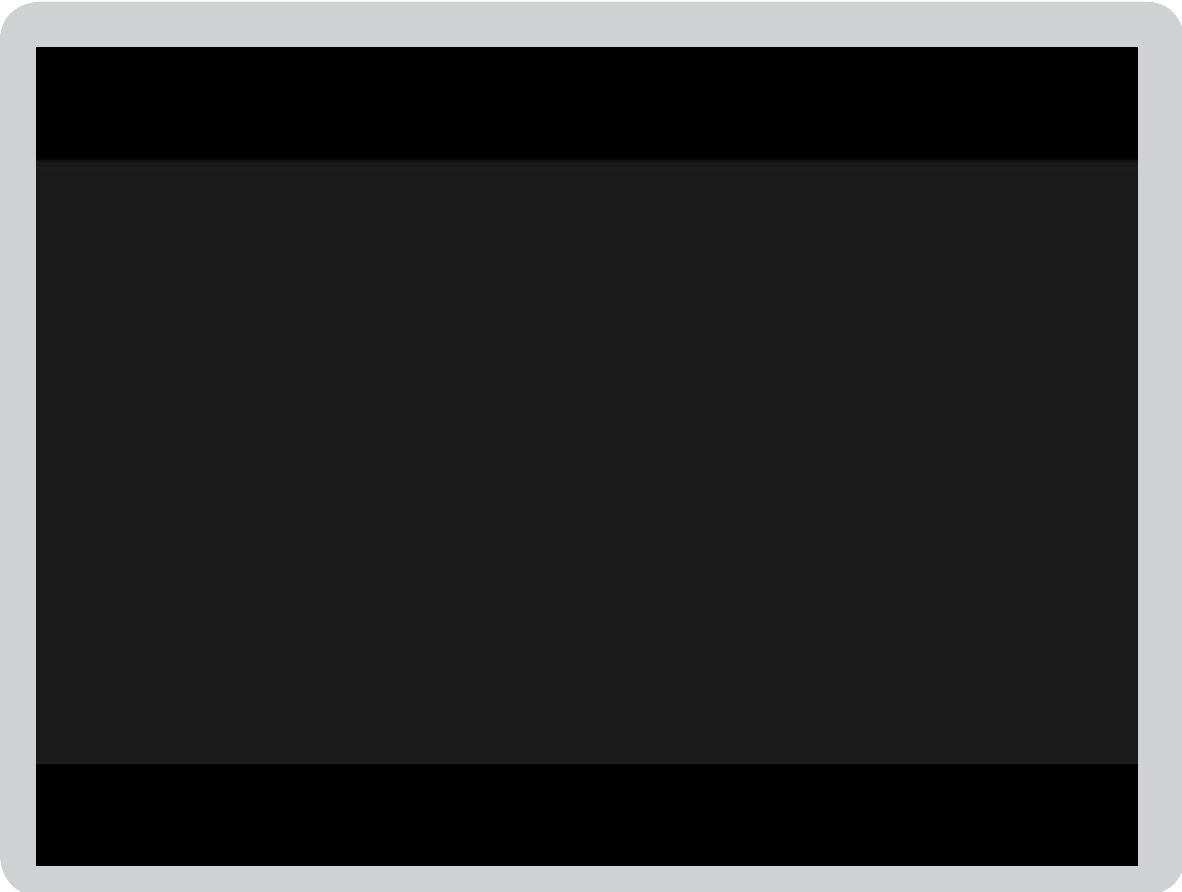
Lógica como Cálculo Raciocinador



http://www.wholesalechinaoilpainting.com/upload1/file-admin/images/new16/Piet%20Mondrian-965644.jpg

Ficha da Disciplina:

Lógica e Filosofia da Ciência



Ricardo Pereira Tassinari

Jézio Hernani Bomfim Gutierre

Apresentação dos professores-autores:

Ricardo Pereira Tassinari: Professor assistente doutor do Departamento de Filosofia da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP) e pesquisador junto ao Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência (CLECH) da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Atua na área de Lógica, Filosofia da Ciência e Teoria do Conhecimento. Possui doutorado em Filosofia pela UNCAMP (2003), mestrado em Psicologia pela Universidade de São Paulo (USP) (1998), graduação em Física (Bacharelado) pela UNICAMP (1992), com iniciação científica em Lógica-Matemática, e graduação em Matemática (60%, Bacharelado, não concluído) pela UNICAMP (1994). Realizou em 2010, pós-doutorado nos Arquivos Jean Piaget da Universidade de Genebra.

Jézio Hernani Bomfim Gutierre: Possui graduação pela Universidade de São Paulo (1977), mestrado em Filosofia pela University of Cambridge (1994) e doutorado em Filosofia pela Universidade Estadual e Campinas (2000). Atualmente é professor doutor do Departamento de Filosofia e do Programa de Pós-Graduação em Filosofia da Unesp. Realiza pesquisas na área de epistemologia, atuando principalmente nas seguintes áreas: epistemologia, filosofia da ciência, falsificacionaismo, e ontologia da ciência. Desde 2001 exerce a função de Editor Executivo da Fundação Editora da Unesp.

Ementa:

A disciplina, dividida em quatro temas, trata de questões atuais em Lógica e Filosofia da Ciência. No Tema 1, é tratada a questão da Lógica como um cálculo raciocinador, algumas de suas consequências e limites dessa concepção. No Tema 2, é abordado a necessidade de caracterização do que é ciência, o critério de falsificabilidade do filósofo da ciência Karl Popper e algumas consequências de sua reflexão. No Tema 3, é discutida a concepção de ciência do filósofo da ciência Gilles-Gaston Granger e algumas consequências dessa concepção, incluindo a questão da existência de limites à Ciência. No Tema 4, se aborda a Epistemologia Genética do epistemólogo e psicólogo Jean Piaget, a concepção geral da área como Epistemologia e Teoria do Conhecimento e a sua relação com a Psicologia Genética de Jean Piaget.

Estrutura da Disciplina

Lógica e Filosofia da Ciência	**Tema 1 – A Lógica como Cálculo Raciocinador**	1.1 - O Início da Lógica
		1.2 - A Lógica como *Calculus Ratiocinator*
		1.3 - A Lógica como um cálculo raciocinador: consequências e limites
	Tema 2 – Falsificacionismo	2.1 - Por que uma definição de ciência é importante?
		2.2 - O aspecto lógico do critério de falsificabilidade
		2.3 - O aspecto metodológico do critério de falsificabilidade
		2.4 - O método falsificacionista
		2.5 - A generalização do falsificacionismo
	Tema 3 – A ciência contemporânea e a noção de modelo	3.1 - Como é a Realidade?
		3.2 - A caracterização da Ciência empírica segundo Granger: os modelos
		3.3 - A verificação do conhecimento científico
		3.4 - Consequências da definição de Ciência e a impossibilidade de um único modelo da Realidade
	Tema 4 – A Epistemologia Genética	4.1 - Visão geral
		4.2 - O início da Epistemologia Genética: as questões de fato sobre o conhecimento
		4.3 - Epistemologia Genética e Psicologia Genética
		4.4 - Biologia e conhecimento
		4.5 - O sistema de esquemas de ação
		4.6 - Os períodos da construção das estruturas necessárias ao conhecimento
		4.7 - Epistemologia Genética e conhecimento científico

Sumário

Vídeo da Semana 6

A Lógica como Cálculo Raciocinador.....................................6

1.1 - O Início da Lógica...7

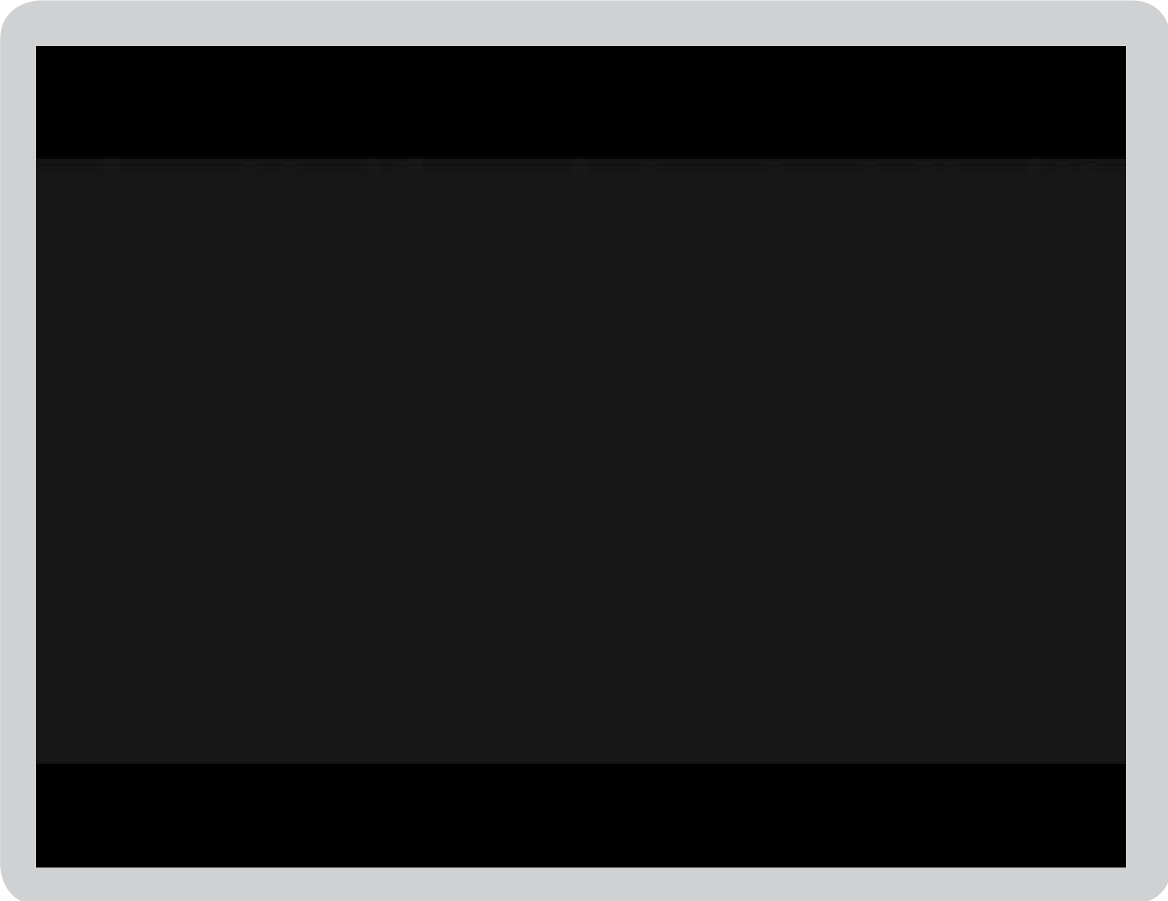
1.2 - A Lógica como *Calculus Ratiocinator*.. 10

1.3 - A Lógica como um cálculo raciocinador: consequências e limites .. 15

Bibliografia..18

Notas...19

Vídeo da Semana



A Lógica como Cálculo Raciocinador

Como diversas áreas atuais do conhecimento, a Lógica é hoje um vasto campo de conhecimento com uma profundidade e complexidade que uma vida humana parece não ser suficiente para abrangê-lo. Portanto, não é nossa intenção, neste texto, tratar dos diversos conteúdos da Lógica atual, mas apenas abordar o tópico *A Lógica como um Cálculo Raciocinador* a fim de estimular o leitor a reflexões sobre este tópico.

1.1 - O Início da Lógica

Comecemos pelo início histórico da Lógica.

Muitos lógicos consideram o filósofo grego Aristóteles (384–322 a.C.) como o fundador da Lógica. Isso porque, apesar de certos temas da lógica terem sido tratados por pensadores anteriores a ele, é Aristóteles quem realiza um primeiro estudo sistemático que permanecerá como referência por vários séculos, a ponto do filósofo alemão Immanuel Kant (1724–1804), em 1787, mais de dois mil anos depois, escrever, no início do Prefácio a segunda edição da *Crítica da Razão Pura*, que "É ainda digno de nota que também ela [a Lógica desde Aristóteles] até agora não tenha podido dar nenhum passo adiante, parecendo, portanto, ao que tudo indica, completa e acabada."

Ironicamente, menos de cem anos depois, devido principalmente aos trabalhos do filósofo e matemático inglês George Boole (1815-1864) e do filósofo e matemático alemão Friedrich L. G. Frege (1848-1925), a Lógica começará um desenvolvimento que culminará na disciplina ampla que se tornou em nossos dias. Mas não adiantemos as coisas… voltemos ao nosso velho Aristóteles.

O conjunto das obras de Aristóteles que trata da Lógica foi tradicionalmente chamado de *Órganon* (palavra grega que significa "instrumento"), a denominação da área com o termo "Lógica" só surgiu posteriormente, na medievalidade (*cf.* BLANCHÉ e DUBUCS, 2001, Capítulo VI). O *Órganon* se constitui de seis obras nas quais Aristóteles trata da significação dos termos (em *Categorias*), das proposições (em *Da Interpretação*), dos raciocínios (em *Analíticos Anteriores*) e do uso correto e incorreto dos raciocínios (nas três últimas obras: *Analíticos Posteriores*, *Tópicos* e *Refutações dos Sofistas*).

É importante salientar que, nesse contexto, a Lógica surge como um instrumento ao conhecimento (em Grego, "episteme") contraposto a mera opinião (em Grego, "doxa"), distinção essa (entre conhecimento e opinião) que remonta, ao menos, ao filósofo grego Platão (429–347 a.C.), mestre de Aristóteles. Vamos aqui assumir que, em especial, essa noção de conhecimento satisfaz as exigências que Platão expõe em seu livro *Teeteto*: opinião verdadeira racionalmente justificada.

Nesse sentido, a função mais importante da Lógica, segundo Aristóteles, é ser instrumento para o conhecimento do verdadeiro, daquilo que é (oposto ao que não é, ao falso).

Mais ainda, por meio do "raciocínio demonstrativo"[1], segundo Aristóteles, podemos não apenas vir a conhecer o que é (o verdadeiro), mas também a razão de ser das coisas, suas causas, permitindo-nos atingir o inteligível daquilo que é. Assim, a Lógica é condição necessária (mas não suficiente) para chegar ao conhecimento.

Em Grego, o termo "silogismo" significa raciocínio. Em Português, mantivemos os dois termos "raciocínio" e "silogismo", atribuindo ao termo "silogismo" uma acepção mais estrita, qual seja, a acepção que o próprio Aristóteles define, no *Órganon*, a partir de uma análise mais profunda do raciocínio a fim de desvelar seus constituintes mais elementares e suas relações. Em Aristóteles (2005) temos:

> O silogismo é um discurso argumentativo no qual, uma vez formuladas certas coisas [as premissas], alguma coisa distinta destas coisas [a conclusão] resulta necessariamente através delas pura e simplesmente (Tópicos I.1.100a 25, cf. também Analíticos Anteriores I.1.24b e Refutações Sofísticas 1.165a.1).

Consideremos um dos modos de silogismo, chamado posteriormente, por lógicos medievais, de *Barbara*.

Todo M é P.

Todo S é M.

Logo, todo S é P.

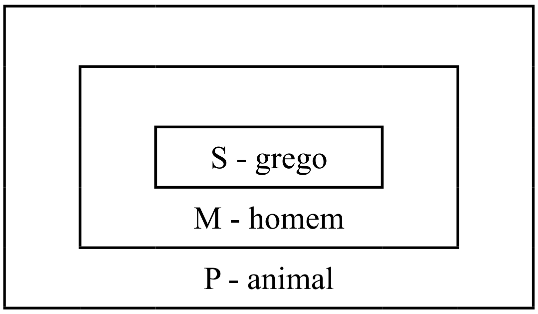
Um exemplo de um silogismo desse modo é:

Todo homem é animal.

Todo grego é homem.

Logo, todo grego é animal.

O desenho a seguir representa esse modo.



Notemos que não importa quais letras usamos para representar os termos do silogismo: poderiam ser quaisquer, desde que diferentes entre si; aqui, usamos a letra "M" para indicar o termo que aparece nas duas primeiras premissas (chamado, por Aristóteles de *termo médio*), "S" para indicar o sujeito da conclusão (chamado, por Aristóteles de *termo menor*) e "P" para indicar o predicado da conclusão (chamado, por Aristóteles de *termo maior*). A premissa que contém o termo menor é chamada de *premissa menor* e a que contém o termo maior é chamada de *premissa maior*.

A seguir temos um outro modo importante, chamado posteriormente por lógicos medievais, de *Celarent*.

Nenhum M é P.

Todo S é M.

Logo, nenhum S é P.

Um exemplo de um silogismo desse modo é:

Nenhum animal é imortal.

Todo homem é animal.

Logo, nenhum homem é imortal.

O desenho a seguir representa esse modo.

S - homem

M - animal

P - imortal

Aristóteles mostra, em *Segundos Analíticos*, que todos os outros modos de raciocínios válidos pode ser reduzidos a esses dois modos. De certa forma, a ciência, segundo Aristóteles, deveria vir a classificar adequadamente os seres do mundo e podemos perceber como os modos de silogismo acima permitem uma classificação perfeita dos seres. Assim esse resultado de redução de todas as formas de raciocínio aos dois acima é muito importante, na filosofia de Aristóteles.

Falamos até aqui sobre Aristóteles, devido ao seu importante papel como fundador da Lógica e pela grande influência que exerceu na história da Lógica; entretanto, devemos salientar que, depois da formulação aristotélica da Lógica, diversos outros autores, com filosofias muito diferente da de Aristóteles, usaram as distinções e análises lógicas feitas por Aristóteles. Nesse sentido, a Lógica foi se liberando dos pressupostos ontológicos e metafísicos da filosofia aristotélica e se constituindo como uma disciplina autônoma, isto é, com grande independência das filosofias desse ou daquele autor. No entanto, a grande área da Lógica nunca deixou de ser uma disciplina filosófica, por estar diretamente relacionada à questão do conhecimento (e à Teoria do Conhecimento, como, por exemplo, vimos acima, na questão do conhecimento como opinião verdadeira racionalmente justificada) e às diversas formas de se pensar a existência e os valores, principalmente na medida em que o pensamento da existência e dos valores se faz por juízos de existência (também chamados de juízos existenciais, de realidade ou de fato) e juízos de valor (como, por exemplo, os juízos morais e estéticos), bem como pela justificação desses.

1.2 - A Lógica como *Calculus Ratiocinator*

Vimos acima que a Lógica veio a descrever os raciocínios válidos apenas a partir da forma sintática desses argumentos, como nos casos acima de Barbara e Celarent. De um ponto de vista mais contemporâneo, podemos nos colocar as seguintes questões que nos interessam em específico neste texto:

Seria possível fazer uma língua artificial em que os raciocínios corretos fossem reduzidos a operações precisas sobre os termos dessa língua?

Seria possível uma língua na qual as características daquilo que existe fossem expressas adequadamente a tal ponto que pudéssemos, com um cálculo dessas características, deduzir fatos sobre a Realidade?

Essas duas ideias foram expressas pela primeira vez na história da Filosofia de forma direta pelo filósofo e matemático alemão Gottfried W. Leibniz (1646–1716): a primeira levaria ao que Leibniz chamou de *"calculus ratiocinator"* (uma espécie de cálculo raciocinador) e a segunda a uma *"lingua characteristica universalis"* (uma espécie de língua universal das características).

De uma forma geral e esquemática, podemos dizer que a primeira ideia deu origem a Lógica Simbólica contemporânea e a segunda à Ciência Contemporânea (Física, Química, Biologia, Psicologia, Sociologia, etc.).

Nos interessa aqui, neste texto, o primeiro tópico. Desenvolveremos o segundo quando tratarmos do tema da noção de modelo na Ciência Contemporânea.

Tratando então do primeiro tópico, podemos dizer que Frege é um dos principais autores que vem a desenvolver melhor a proposta leibniziana de um *calculus ratiocinator*. Para termos uma ideia desse desenvolvimento, vamos considerar alguns pequenos exemplos da aplicação da nova análise que Frege realiza em relação a Lógica (o que nos levará a definir, logo abaixo, as noções de sujeito e predicados lógicos[2]).

Vimos que uma das formas das proposições que interessa a Lógica são aquelas expressas por sentenças da forma:

A é B

na qual "A" é o sujeito da sentença e "B" é o predicado da sentença. Porém essa forma tem uma ambiguidade que do ponto de vista da Lógica é importante desfazer. A sentença "A é B" pode significar, por um lado, que um indivíduo expresso por "A" (por exemplo, Aristóteles) tem uma certa propriedade expressa por "B" (por exemplo, ser sábio); assim a sentença a seguir tem a forma "A é B".

(1) Aristóteles é sábio.

Por outro lado, assim como "B" expressa uma propriedade (por exemplo, ser sábio), "A" também pode expressar uma propriedade (por exemplo, ser filósofo); assim a sentença a seguir também tem a forma "A é B".

(2) Filósofo é sábio.

Ora, mas, no caso (1), a sentença "A é B" tem o sentido de que um indivíduo pertence a classe dos B (Aristóteles pertence a classe dos sábios), enquanto no caso (2), a sentença "A é B" tem o sentido de que a classe dos A está contida na classe dos B (a classe dos filósofos está contida na classe dos sábios), o que é bem diferente do caso (1).

Podemos então propor que se diferencie os termos que designam indivíduos, que nomeamos *sujeitos lógicos*, dos termos que designam propriedades, que nomeamos *predicados lógicos*.

Nesse sentido, sujeito lógico e predicado lógico não se confundem com o sujeito gramatical (isto é, o sujeito da sentença) e o predicado gramatical (isto é, o predicado da sentença): por exemplo, na sentença (2) "Filósofo é sábio", o termo "filósofo" é um sujeito gramatical, entretanto, não é um sujeito lógico, já que não designa um indivíduo, é um predicado lógico, pois designa uma propriedade.

Contemporaneamente, para designar um predicado lógico usamos uma letra maiúscula, por exemplo, "B", e usamos uma letra minúscula, por exemplo "a", para designar um sujeito lógico. Para afirmar que um sujeito **a** tem propriedade B, escrevemos "B" seguido de "a" entre parênteses; assim, a sentença (1) "Aristóteles é sábio" tem a forma

$$B(a)$$

na qual "a" designa Aristóteles e "B" designa ser sábio.

Podemos então nos perguntar: E como fica a sentença (2) "Filósofo é sábio" na escrita Lógica contemporânea?

Ora, como dissemos, a sentença (2) "Filósofo é sábio" indica que se alguém é filósofo, então ele é sábio; em notação contemporânea, essa sentença tem a forma

$$A(x) \rightarrow B(x)$$

que pode ser lida como "se x é A, então x é B", na qual "x" designa um indivíduo qualquer. Se "A" designa ser filósofo e "B" designa ser sábio, a sentença também pode ser lida: se x é filósofo, então x é sábio.

Por fim, para expressar a ideia de totalidade, como na sentença "*Todo homem é animal*", usamos o signo "∀" que se lê "para todo". Assim a sentença

$$\forall x(A(x) \rightarrow B(x))$$

pode ser lida: "para todo x, se x é A, então x é B", ou ainda, mais resumidamente, "todo A é B". Se "A" designa ser filósofo e "B" designa ser sábio, a sentença acima significa que "para todo x, se x é filósofo, então x é sábio", ou ainda, "todo filósofo é sábio".

Podemos agora voltar a ideia de um calculus ratiocinator e mostrar como se representa um raciocínio válido como um cálculo nessa língua artificial.

Retomemos um exemplo em Barbara:

Todo homem é animal.

Todo grego é homem.

Logo, todo grego é animal.

Se usarmos as letras "M" para designar "homem", "P" para designar "animal" e "S" para designar "grego", o silogismo aristotélico

Todo M é P.

Todo S é M.

Logo, todo S é P.

pode ser expresso por

$$\forall x\ (M(x) \rightarrow P(x))$$
$$\forall x\ (S(x) \rightarrow M(x))$$
$$\overline{}$$
$$\forall x\ (Sx \rightarrow P(x))$$

As regras que nos permite passar de certas fórmulas a outras, realizando uma espécie de "cálculo" dedutivo em nossa língua lógica, são chamadas de *regras de inferência*.[3]

Temos a seguinte dedução formal do silogismo acima:

1. $\forall$ x (M(x) $\rightarrow$ P(x)) Premissa.

2. $\forall$ x (S(x) $\rightarrow$ M(x)) Premissa.

3. M(x) $\rightarrow$ P(x) Instanciação Universal de 1.

4. S(x) $\rightarrow$ M(x) Instanciação Universal de 2.

5. S(x) $\rightarrow$ P(x) Silogismo Hipotético de 4 e 3.

6. $\forall$ x (S(x) $\rightarrow$ P(x)) Generalização Universal de 5.

Logo, realizando só um cálculo sobre as fórmulas, a partir das premissas $\forall$ x (M(x) $\rightarrow$ P(x)) e $\forall$ x (S(x) $\rightarrow$ M(x)), chegamos a conclusão $\forall$ x (S(x) $\rightarrow$ P(x))[4]. Ou ainda, a partir das fórmulas que representam as premissas de que todo homem é animal e todo grego é homem, esse cálculo nos permite concluir que todo grego é animal.

Vemos assim, em linhas gerais, como um raciocínio seria reduzido a um cálculo sobre signos de nossa língua lógica.

Essa nova forma de ver a Lógica, conjuntamente com o sucesso da Lógica contemporânea em expressar a grande maioria dos raciocínios realizados nas ciências contemporâneas, levam-nos a questões sobre as consequências filosóficas de se pensar a Lógica como um cálculo raciocinador, bem como a se pensar sobre os limites dessa proposta. É o que veremos no tópico a seguir.

1.3 - A Lógica como um cálculo raciocinador: consequências e limites

Vimos, no tópico anterior, como o raciocínio pode ser visto como apenas um cálculo sobre signos de uma língua lógica. Mas, podemos nos perguntar então:

Será que todo raciocínio pode ser visto como um cálculo?

Em nossa história recente, essa pergunta foi respondida tanto de forma afirmativa quanto de forma negativa.

Para citar um exemplo de uma resposta afirmativa, a possibilidade de se ver o raciocínio como um cálculo influenciou o desenvolvimento de uma área da Computação, chamada de I*nteligência Artificial*, cujas bases se encontram principalmente na noção teórica de "máquina de Turing" e na ideia de que "Pensar é computar", proposta pelo matemático, lógico e cientista da Computação Alan Turing (1912-1054), no artigo, Máquinas de Computação e Inteligência (TURING, 1950).

Os estudos de Turing contribuíram para o desenvolvimento da parte da Lógica relacionada com a análise simbólica do raciocínio, principalmente aqueles realizados em teorias formais axiomáticas. Entretanto, nessa área, existem também importantes resultados que apontam no sentido contrário da interpretação feita por Turing, indicando os limites dessa interpretação. Dentre esses resultados, alguns dos mais importantes da Lógica Contemporânea são os descobertos pelo lógico e matemático Kurt Gödel (1906-1978): os Teoremas da Incompletude.

Em especial, os Teoremas da Incompletude formam a base de interpretações epistemológicas que concluem que "[…] mentes não podem ser explicadas por máquinas" (LUCAS, 1991, p.1; PENROSE, 1993, 1995 e 1998; TASSINARI, 2003; TASSINARI; D'OTTAVIANO, 2009), pois as máquinas não teriam a capacidade de compreensão matemática que é possível aos seres humanos e que, em um sentido mais geral, o "[...] mecanicismo é falso" (LUCAS, 1991, p. 1).

Não vamos entrar aqui nos detalhes de como podemos mostrar que "[…] mentes não podem ser explicadas por máquinas". Em relação ao critério de inteligência de Turing, ou como é mais conhecido, Teste de Turing (segundo o qual uma máquina seria inteligente se pudesse se passar por um ser humano sem que percebamos que se trata de uma máquina), vamos apenas sugerir ao leitor que acesse o link JoVIA e realize, por si mesmo, um pequeno "teste de Turing", em relação ao Jogo da Velha.

Quanto a frase, o "[...] mecanicismo é falso", ela pode ser interpretada também no sentido de que tais resultados implicam na impossibilidade de uma teoria formal axiomática ou de uma modelagem finita completa da realidade física, de acordo com o que foi apresentado por Stephen Hawking em uma conferência intitulada "Gödel and the end of the Physics", no Dirac Centennial Celebration, realizado na Cambridge University, pelo DAMTP/CMS, em 20 de Julho de 2002:

> Qual a relação entre o Teorema de Gödel e se podemos formular a teoria do universo, em termos de um número finito de princípios. Uma conexão é óbvia. De acordo com a filosofia da ciência positivista, uma teoria física é um modelo matemático. Então, se existem resultados matemáticos que não podem ser demonstrados, existem problemas físicos que não podem ser preditos. [...]
>
> [...] uma teoria física é auto-referente, como o Teorema de Gödel. Podemos esperar, portanto, que seja inconsistente ou incompleta. [...]
>
> Algumas pessoas ficarão muito desapontadas, se não existir uma teoria última que pode ser formulada com um número finito de princípios. Eu pertenci a este grupo, mas mudei de idéia. Agora estou contente porque nossa busca pelo conhecimento nunca chegará ao fim, e que sempre teremos o desafio de novas descobertas. Sem isso, estagnaríamos. O Teorema de Gödel nos assegura que sempre existirá um trabalho para os matemáticos...

Voltando para o campo da Lógica, no sentido estrito, temos que, na história da Lógica, a partir dessa forma de simbolização, começou-se a se estudar outras formas de raciocínio que não apenas a forma clássica; por exemplo, ao invés de se assumir que proposições sejam apenas ou verdadeiras ou falsas, podemos estudar formas de raciocínio em que as proposições tenham valores intermediários. Assim, se considerarmos a sentença "João é músico", na qual João ainda está estudando música, podemos atribuir valores intermediários a sentença "João é músico", sem ter que ficar restrito a dizer que "Verdadeiramente, João é músico" ou que "Não, João não é músico"[5].

Para o leitor ter uma noção de forma rápida da enorme expansão e da velocidade com que se desenvolveu a Lógica contemporânea no último século e das diferentes lógicas atuais (isto é, dos estudos de diferentes formas de raciocínio), sugerimos visitar o site da Stanford Encyclopedia of Philosophy (plato.stanford.edu) e fazer uma pesquisa usando o termo “logics”.

O leitor interessado em saber mais sobre o pensamento do autor sobre a implicação da Lógica como Calculo Raciocinador e da sua relação com a Filosofia em geral, pode consultar os links:

Máquinas e Mentes;

O Mundo das Ideias;

Ciência Cognitiva: Ciência ou Filosofia?

Mais materiais e informações sobre Lógica, Teoria da Ciência e Teoria do Conhecimento podem ser encontrados no site do autor: Ricardo Tassinari.[6]

Bibliografia

- ARISTÓTELES. **Obras.** Tradução Francisco de P. Samaranch. Madrid: Aguilar, 1967.
- ARISTÓTELES. **Órganon.** Tradução Edson Bini. Bauru: EDIPRO, 2005.
- BLANCHÉ, Robert; DUBUCS, Jacques. **História da lógica**. Lisboa: Edições 70, 2001.
- FREGE, Gottlob. **Lógica e filosofia da linguagem**. São Paulo: EdUSP, 2009.
- KANT, Immanuel. **Crítica da razão pura**. São Paulo: Nova Cultural, 1996.
- LUCAS, John R. Minds, machines and Gödel. In: SAYRE, Kenneth M.; CROSSON, Frederick J. (Ed.). **The modeling of mind**. Notre Dame: Notre Dame Press, 1963. p. 269-270.
- PENROSE, Roger. **A mente nova do rei**: computadores, mentes e as leis da física. Rio de Janeiro: Campus, 1993.
- PENROSE, Roger. **Shadows of the mind**: a search for the missing science of consciousness. Oxford: Oxford University, 1995.
- PENROSE, Roger. **O grande, o pequeno e a mente humana**. São Paulo: UNESP, 1998.
- TASSINARI, R. P. **Incompletude e auto-organização**: sobre a determinação de verdades lógicas e matemáticas. 2003. 238 f. Tese (Doutorado)-Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003. Disponível em: <http://www.marilia.unesp.br/Home/Instituicao/Docentes/RicardoTassinari/BibliotecaOnline/Tese%20Tassinari.pdf>. Acesso em: 15 jun. 2011.
- TASSINARI, Ricardo P.; D'OTTAVIANO, Itala M. L. Cogito ergo sum non machina! sobre o reconhecimento humano de verdades da aritmética e máquinas de Turing. **Cognitio**, São Paulo, v. 10, p. 221-230, 2009. Disponível em: <http://www.marilia.unesp.br/Home/Instituicao/Docentes/RicardoTassinari/Cognitio2009.pdf>. Acesso em: 17 jun 2011.
- TURING, Alan M. Computing machinery and intelligence. **Mind**, Oxford, n. 49, p. 433-460, 1950.

Notas

1. Também chamado de "raciocínio dedutivo".

2. Os termos "sujeito lógico" e "predicado lógico" são usados aqui para designar as expressões linguísticas do que Frege (2009, cap. 6) distingue como "objeto" e "conceito".

3. Na dedução a seguir, usamos três regras de inferência, chamadas de *Instanciação Universal, Silogismo Hipotético e Generalização Universal*. Não vamos dar aqui as definições de cada regra; vamos apenas indicar, na nota seguinte, a forma de usá-las no caso específico dessa dedução.

4. Na dedução formal apresentada, em cada linha, temos: o número da linha, a fórmula lógica e a regra que permite inferi-la. Assim:

- Nas Linhas 1 e 2, temos as premissas do argumento acima: $\forall x\ (M(x) \rightarrow P(x))$ e $\forall x\ (S(x) \rightarrow M(x))$.
- Na Linha 3, pela regra de inferência chamada de "Instanciação Universal", inferimos a sentença $M(x) \rightarrow P(x)$ ("se x é homem, então x é animal") a partir da Linha 1 $\forall x(M(x) \rightarrow P(x))$ ("para todo x, se x é homem, então x é animal");
- Na Linha 4, pela mesma regra, inferimos a sentença $S(x) \rightarrow P(x)$ ("se x é grego, então x é homem") a partir da Linha 2 $\forall x(S(x) \rightarrow M(x))$ ("para todo x, se x é grego, então x é homem");
- Na Linha 5, pela regra de inferência chamada de "Silogismo Hipotético", inferimos a sentença $S(x) \rightarrow P(x)$ ("se x é grego, então x é mortal) a partir da Linha 3 $M(x) \rightarrow P(x)$ ("se x é homem, então x é animal") e da Linha 4 $S(x) \rightarrow P(x)$ ("se x é grego, então x é homem"); e, por fim,
- Na Linha 6, por uma regra de inferência chamada de "Generalização Universal", inferimos a sentença $\forall x\ (S(x) \rightarrow P(x))$ ("para todo x, se x é grego, então x é animal") da Linha 5 $S(x) \rightarrow P(x)$ ("se x é grego, então x é animal").

5. A área da Lógica que estuda formas de raciocínio em que os juízos podem ter outros valores além do verdadeiro e do falso é chamada de Lógica Polivalente ou Lógica Multivalorada (tradução do termo inglês "Many--valued Logic").

6. Agradeço a Thiago Carreira Alves Nascimento pela leitura e sugestões que permitiram melhorar este texto.